

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

|          |                                                                       |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Εισαγωγή</b>                                                       | <b>1</b>  |
| 1.1      | ΣΚΟΠΟΣ.....                                                           | 1         |
| 1.2      | ΤΥΠΟΙ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ.....                                             | 1         |
| 1.3      | ΑΡΧΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ.....                                  | 2         |
| 1.4      | ΜΕΡΙΚΟΙ ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΕΡΓΩΝ<br>ΥΠΟΔΟΜΗΣ.....          | 4         |
| 1.5      | Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΣΥΣΤΗΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.....                                | 5         |
| 1.6      | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΕΧΝΙΚΩΝ<br>ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ .....                   | 11        |
| 1.7      | ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ.....                                             | 18        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                          | 22        |
| <br>     |                                                                       |           |
| <b>2</b> | <b>Κλασσικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Χωρίς<br/>Περιορισμούς</b>       | <b>24</b> |
| 2.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                                         | 24        |
|          | 2.1.1. Βασικοί ορισμοί .....                                          | 25        |
| 2.2      | ΑΝΑΓΚΑΙΕΣ ΚΑΙ ΙΚΑΝΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΚΡΟΤΑΤΟΥ....                           | 26        |
|          | 2.2.1. Συνάρτηση μιας μεταβλητής.....                                 | 26        |
|          | 2.2.2. Συνάρτηση πολλών μεταβλητών.....                               | 27        |
|          | 2.2.3. Συναρτήσεις τετραγωνικής μορφής n-μεταβλητών.....              | 32        |
| 2.3      | ΚΥΡΤΕΣ ΚΑΙ ΚΟΙΛΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ.....                                    | 35        |
|          | 2.3.1. Ορισμοί και ιδιότητες.....                                     | 35        |
|          | 2.3.2. Κυρτότητα και απόλυτα ακρότατα.....                            | 37        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                          | 38        |
| <br>     |                                                                       |           |
| <b>3</b> | <b>Κλασσικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Με<br/>Περιορισμούς Ισότητας</b> | <b>42</b> |
| 3.1      | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΙΣΟΤΗΤΕΣ.....                              | 42        |
| 3.2      | ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΤΟΥ ΑΚΡΟΤΑΤΟΥ.                           | 42        |
|          | 3.2.1. Λύση με άμεση αντικατάσταση.....                               | 42        |
|          | 3.2.2. Μεταβολή υπό περιορισμούς.....                                 | 42        |
|          | 3.2.3. Πολλαπλασιαστές Lagrange .....                                 | 45        |
| 3.3      | ΙΚΑΝΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ<br>ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΩΝ LAGRANGE.....           | 47        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                          | 51        |

|          |                                                                         |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4</b> | <b>Κλασικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Με Περιορισμούς Ανισότητες</b>      | <b>61</b>  |
| 4.1      | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ.....                              | 61         |
| 4.2      | ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ.....               | 66         |
| 4.3      | ΓΕΝΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ.....                                                 | 68         |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                            | 70         |
| <b>5</b> | <b>Υπολογιστικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Χωρίς Περιορισμούς</b>         | <b>74</b>  |
| 5.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                                           | 74         |
| 5.2      | ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ.....              | 75         |
|          | 5.2.1 Ανοικτή αναζήτηση.....                                            | 75         |
|          | 5.2.2 Εξαντλητική αναζήτηση.....                                        | 76         |
|          | 5.2.3 Αναζήτηση με διαίρεση του διαστήματος.....                        | 76         |
|          | 5.2.3.1 Μέθοδος διχοτόμησης του διαστήματος.....                        | 77         |
|          | 5.2.3.2 Μέθοδος της χρυσής τομής.....                                   | 78         |
|          | 5.2.4 Αναζήτηση με τετραγωνική παρεμβολή.....                           | 80         |
|          | 5.2.5 Αναζήτηση με τη μέθοδο Newton.....                                | 82         |
|          | 5.2.6 Αναζήτηση με τη μέθοδο της τέμνουσας.....                         | 88         |
| 5.3      | ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....            | 90         |
|          | 5.3.1 Επαναληπτικές μέθοδοι καθόδου.....                                | 90         |
|          | 5.3.2 Επαναληπτική μέθοδος στη κατεύθυνση των αξόνων.....               | 94         |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                            | 96         |
| <b>6</b> | <b>Γραμμικός Προγραμματισμός</b>                                        | <b>100</b> |
| 6.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                                           | 100        |
| 6.2      | ΓΡΑΦΙΚΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Γ.Π. ....                                      | 101        |
| 6.3      | ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ.....                                              | 104        |
| 6.4      | ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ m ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ n ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ (n > m)..... | 106        |
| 6.5      | ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ SIMPLEX.....                                                 | 108        |
| 6.6      | Η ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX ΔΥΟ ΦΑΣΕΩΝ.....                                       | 116        |
| 6.7      | Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ ΜΕΓΑΛΟΥ M.....                                            | 119        |
| 6.8      | ΔΥΪΣΜΟΣ ΚΑΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΕΣ LAGRANGE.....                               | 121        |

|          |                                                             |            |
|----------|-------------------------------------------------------------|------------|
| 6.9      | ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ.....                                    | 124        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                | 125        |
| <b>7</b> | <b>Δυναμικός Προγραμματισμός</b>                            | <b>131</b> |
| 7.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                               | 131        |
| 7.2      | ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....                   | 132        |
| 7.3      | ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ-ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ.....                         | 145        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                | 148        |
| <b>8</b> | <b>Προβλήματα Μεταφοράς και Ανάθεσης</b>                    | <b>152</b> |
| 8.1      | ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....                                               | 152        |
| 8.2      | ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....                             | 154        |
|          | 8.2.1 Προσδιορισμός μιας αρχικής βασικής εφικτής λύσης..... | 154        |
|          | 8.2.2. Έλεγχος Βελτιστότητας (Μέθοδος MODI).....            | 159        |
|          | 8.2.3. Επιλογή της Μεταβλητής που θα Εξέλθει από την Βάση   | 161        |
| 8.3      | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΧΩΡΙΣ ΙΣΟΖΥΓΙΟ.....                              | 168        |
| 8.4      | ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΒΡΟΓΧΟΥ.....                   | 171        |
| 8.5      | ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΩΣ ΔΙΜΕΛΕΣ ΓΡΑΦΗΜΑ                    | 173        |
|          | 8.5.1 Εισαγωγή.....                                         | 173        |
|          | 8.5.2 Ορισμοί και Θεωρήματα από τη Θεωρία Γραφημάτων...     | 179        |
| 8.6      | ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΝΑΘΕΣΗΣ.....                                   | 185        |
| 8.7      | Η ΟΥΓΓΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ                          |            |
|          | ΑΝΑΘΕΣΗΣ.....                                               | 188        |
|          | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ.....                                | 190        |
|          | <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ – ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</b>                         | <b>193</b> |
| 1Π       | ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ.....                                  | 195        |
| 2Π       | ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ.....                            | 210        |
| 3Π       | ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ –                              |            |
|          | ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΙΣΟΤΗΤΕΣ.....                                   | 231        |
| 4Π       | ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ -                              |            |
|          | ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ.....                                 | 245        |
| 5Π       | ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ.....                                  | 282        |
| 6αΠ      | ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ -ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ..                  | 306        |
| 6βΠ      | ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ - ΜΕΘΟΔΟΣ                         |            |
|          | SIMPLEX.....                                                | 322        |
| 7Π       | ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ.....                              | 370        |
| 8Π       | ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ – ΑΝΑΘΕΣΗΣ.....                        | 393        |